

## 9 Проверочные расчеты валов

### 9.1 Определение реакций опор и внутренних силовых факторов

Проверочные расчеты валов выполняют после этапа компоновки, когда окончательно определяются конструкция и размеры этих деталей. В учебных проектах валы проверяют на статическую прочность и сопротивление усталости. В обоснованных случаях дополнительно проводят проверку на жесткость и колебания. Каждый вал проверяют отдельно. Обычно запас прочности вала, заложенный при проектном расчете, вполне достаточен и проверка это подтверждает. Реже возникает ситуация, когда проверка не выполняется, и требуются меры по изменению конструкции вала, а иногда и сопряженных с ним деталей и узлов.

9.1.1 Перед проведением проверочных расчетов необходимо построить *балочную модель вала*, для которой будут определены действующие на вал силы и конкретные точки их приложения. На рис. 39 и 40 представлен пример построения балочных моделей валов редуктора.

При построении балочной модели силы в зацеплении зубчатых колес считают приложенными посередине ширины зубчатых венцов, а силы реакций опор – к центрам подшипников качения радиального типа. В случае радиально-упорных роликовых подшипников точка приложения сил реакций расположена на расстоянии  $a$  от габарита наружного кольца, как это показано на примере тихоходного вала. Расстояние  $a$  определяют по формуле

$$a = 0,5[T + (d_{\text{п}} + D)e / 3],$$

где входящие параметры принимают из табл. П9. В случае радиально-упорных шариковых подшипников

$$a = 0,5[B + 0,5(d_{\text{п}} + D)\text{tg}\alpha],$$

где входящие параметры принимают из табл. П10.

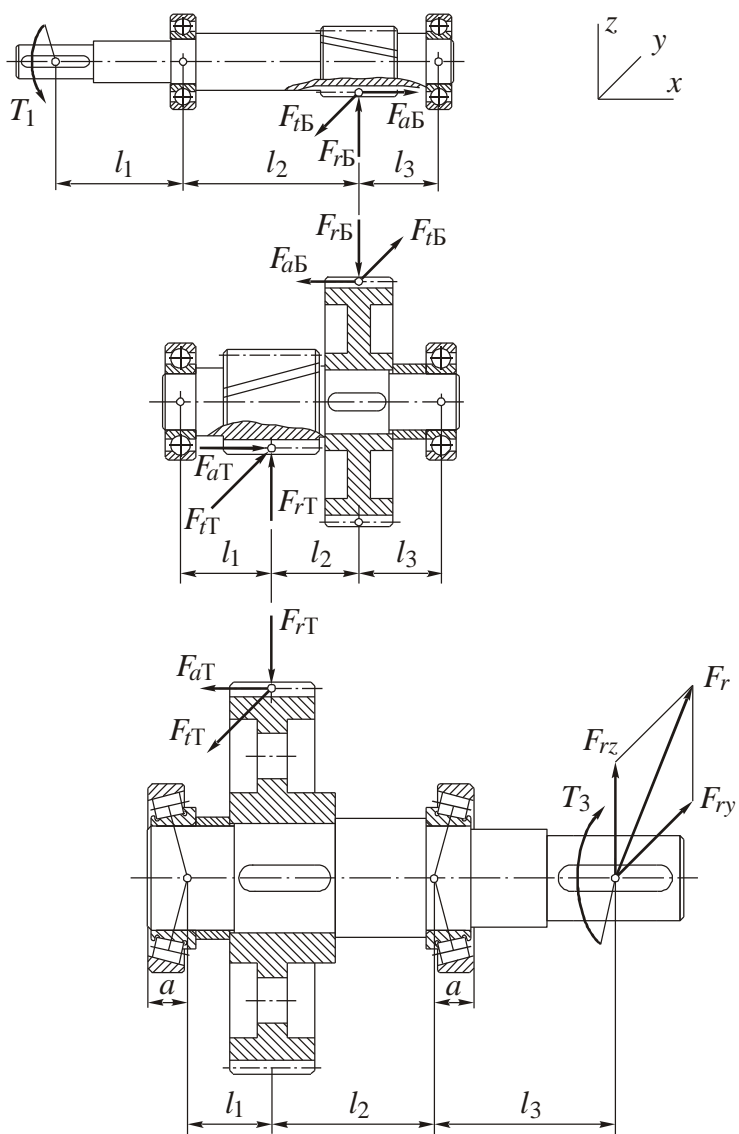


Рис. 39. Нагрузка на валы редуктора

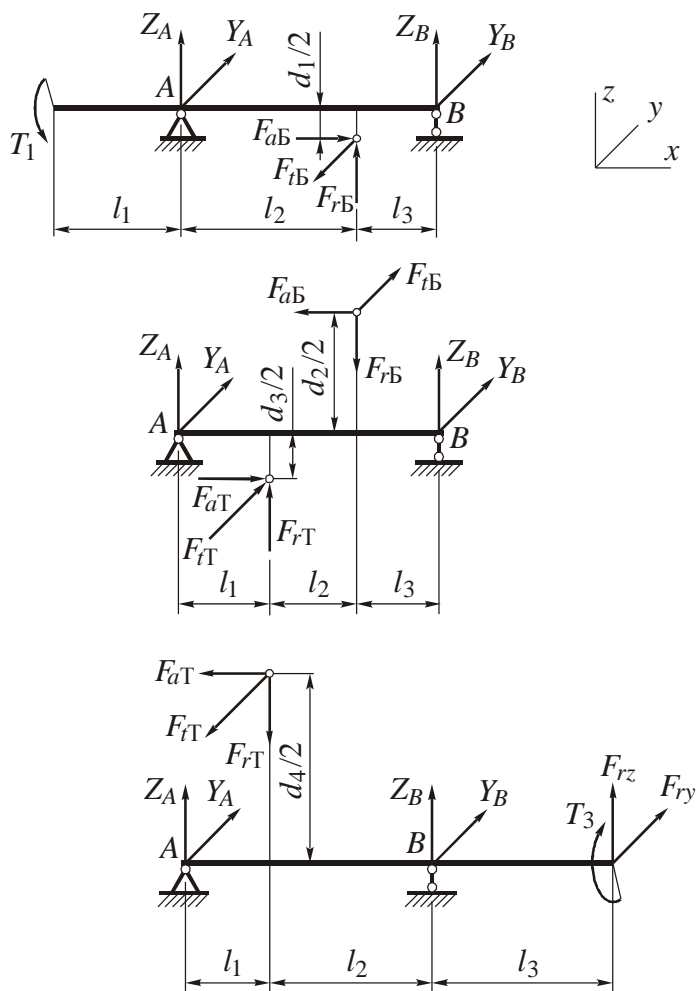


Рис. 40. Балочные модели валов редуктора

Реакции подшипников скольжения прикладывают на расстоянии, равном  $1/3$  их ширины, от внутренних торцов.

На модели подшипники условно изображают в виде неподвижной и подвижной шарнирных опор, реакции которых направляют вдоль координатных осей  $y$  и  $z$ . Реакцию по направлению оси  $x$  на неподвижной опоре обычно не изображают.

Если на концевом участке вала закреплена муфта, в центре этого участка прикладывают вращающий момент. Поперечную (радиальную) нагрузку со стороны муфты, связанную с возможной несоосностью соединяемых валов, в учебных проектах обычно не учитывают. При посадке на конец вала шкива ременной передачи или звездочки цепной передачи к центру посадочного участка прикладывают вращающий момент и поперечную (радиальную) силу, которую направляют по линии центров шкивов или звездочек. Если линия центров расположена под углом к координатным плоскостям, поперечную силу раскладывают на две составляющие ( $F_{ry}$  и  $F_{rz}$  на рис. 39).

Длины характерных участков вала  $l_1, l_2, l_3, \dots$  определяются осевыми расстояниями между точками приложения сил.

Балочную модель можно считать готовой к расчету, если выполнен эскиз по примеру рис. 40 с изображением всех действующих на вал сил, включая реакции опор, определены длины характерных участков  $l_k$  и делительные диаметры колес  $d_k$ .

9.1.2 После построения балочной модели следует этап определения опорных реакций, который рассмотрим на конкретном примере расчета промежуточного вала.

Исходные данные:  $F_{tB} = 2000 \text{ Н}$ ;  $F_{rB} = 750 \text{ Н}$ ;  $F_{aB} = 540 \text{ Н}$ ;  $F_{tT} = 5000 \text{ Н}$ ;  $F_{rT} = 1900 \text{ Н}$ ;  $F_{aT} = 1400 \text{ Н}$ ;  $l_1 = 54 \text{ мм}$ ;  $l_2 = 42 \text{ мм}$ ;  $l_3 = 40 \text{ мм}$ ;  $d_2 = 125 \text{ мм}$ ;  $d_3 = 50 \text{ мм}$ .

**З а м е ч а н и е :** в проверочных расчетах удобно задавать силы в Ньютонах, а геометрические размеры в мм. Это означает, что моменты сил будут измеряться в Н·мм, поэтому, если при расчете какого-либо вала в равенства войдет вращающий момент  $T_k$

(как например момент  $T_1$  или  $T_3$  на рис. 40), ранее вычисленный в Н·м, его необходимо будет привести к единицам Н·мм (умножением на  $10^3$ ).

Расчет вала ведут отдельно в двух координатных плоскостях:  $xz$  – условно вертикальной и  $xy$  – условно горизонтальной. В каждой из плоскостей составляют уравнения равновесия в виде суммы моментов относительно опор вала (рис. 41).

### **В вертикальной плоскости:**

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0;$$

$$Z_B(l_1 + l_2 + l_3) + F_{rT}l_1 + F_{aB}d_2/2 + F_{aT}d_3/2 - F_{rB}(l_1 + l_2) = 0;$$

$$Z_B = \frac{1}{(l_1 + l_2 + l_3)} [-F_{rT}l_1 - F_{aB}d_2/2 - F_{aT}d_3/2 + F_{rB}(l_1 + l_2)];$$

$$Z_B = \frac{1}{136} [-1900 \cdot 54 - 540 \cdot 62,5 - 1400 \cdot 25 + 750 \cdot 96] = -730,5 \text{ Н.}$$

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = 0;$$

$$-Z_A(l_1 + l_2 + l_3) - F_{rT}(l_2 + l_3) + F_{aB}d_2/2 + F_{aT}d_3/2 + F_{rB}l_3 = 0;$$

$$Z_A = \frac{1}{(l_1 + l_2 + l_3)} [-F_{rT}(l_2 + l_3) + F_{aB}d_2/2 + F_{aT}d_3/2 + F_{rB}l_3];$$

$$Z_A = \frac{1}{136} [-1900 \cdot 82 + 540 \cdot 62,5 + 1400 \cdot 25 + 750 \cdot 40] = -419,5 \text{ Н.}$$

Проверка:

$$\sum F_{kz} = Z_A + Z_B + F_{rT} - F_{rB} =$$

$$= -730,5 - 419,5 + 1900 - 750 = 1900 - 1900 \equiv 0.$$

Проверка выполняется.

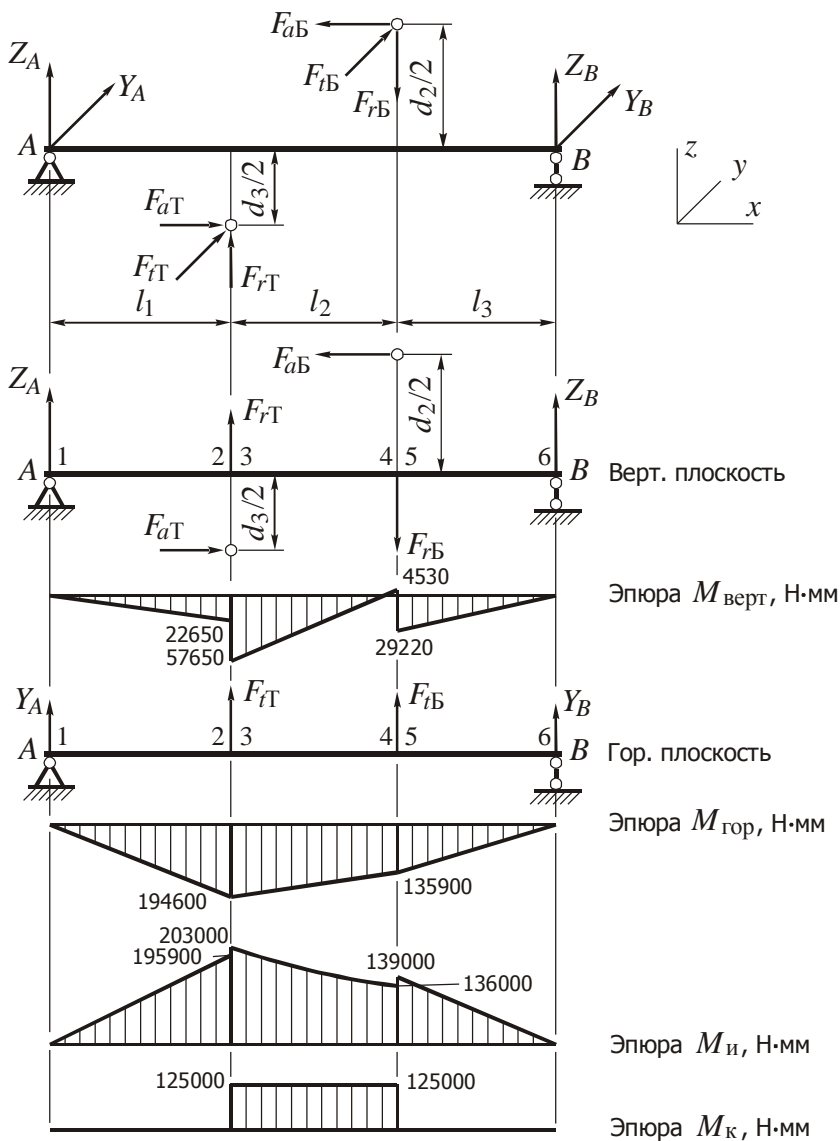


Рис. 41

**В горизонтальной плоскости:**

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0; \quad Y_B(l_1 + l_2 + l_3) + F_{tT}l_1 + F_{tB}(l_1 + l_2) = 0;$$

$$Y_B = \frac{1}{(l_1 + l_2 + l_3)} [-F_{tT}l_1 - F_{tB}(l_1 + l_2)];$$

$$Y_B = \frac{1}{136} [-5000 \cdot 54 - 2000 \cdot 96] = -3397 \text{ Н.}$$

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = 0; \quad -Y_A(l_1 + l_2 + l_3) - F_{tT}(l_2 + l_3) - F_{tB}l_3 = 0;$$

$$Y_A = \frac{1}{(l_1 + l_2 + l_3)} [-F_{tT}(l_2 + l_3) - F_{tB}l_3];$$

$$Y_A = \frac{1}{136} [-5000 \cdot 82 - 2000 \cdot 40] = -3603 \text{ Н.}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum F_{ky} &= Y_A + Y_B + F_{tT} + F_{tB} = \\ &= -3603 - 3397 + 5000 + 2000 = 7000 - 7000 \equiv 0. \end{aligned}$$

Проверка выполняется.

9.1.3 Построение эпюр внутренних силовых факторов ведут в следующей последовательности:

9.1.3.1 Раздельно в вертикальной и горизонтальной плоскостях находят изгибающие моменты в характерных сечениях вала 1, 2, 3, 4, ... При переходе с участка на участок изгибающий момент вычисляют как слева, так и справа от границы. По найденным значениям строят эпюры  $M_{\text{верт}}$  и  $M_{\text{гор}}$  (рис. 41).

**В вертикальной плоскости:**

$$M_1 = 0; M_2 = Z_A l_1; M_3 = Z_A l_1 - F_{aT} d_3 / 2;$$

$$M_4 = Z_B l_3 + F_{aB} d_2 / 2; M_5 = Z_B l_3; M_6 = 0.$$

Подставляя числовые данные, находим:

$$M_1 = 0; M_2 = -419,5 \cdot 54 = -22650 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_3 = -419,5 \cdot 54 - 1400 \cdot 25 = -57650 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_4 = -730,5 \cdot 40 + 540 \cdot 62,5 = 4530 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_5 = -730,5 \cdot 40 = -29220 \text{ Н}\cdot\text{мм}; M_6 = 0.$$

**В горизонтальной плоскости:**

$$M_1 = 0; M_2 = M_3 = Y_A l_1; M_4 = M_5 = Y_B l_3; M_6 = 0.$$

Подставляя числовые данные, находим:

$$M_1 = 0; M_2 = M_3 = -3603 \cdot 54 = -194600 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_4 = M_5 = -3397 \cdot 40 = -135900 \text{ Н}\cdot\text{мм}; M_6 = 0.$$

9.1.3.2 Строят эпюру суммарного изгибающего момента, для чего производят геометрическое суммирование частных значений изгибающих моментов в характерных сечениях по формуле

$$M_{ик} = \sqrt{M_{k\text{верт}}^2 + M_{k\text{гор}}^2}.$$

$$M_1 = 0;$$

$$M_2 = \sqrt{(-22650)^2 + (-194600)^2} = 195900 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_3 = \sqrt{(-57650)^2 + (-194600)^2} = 203000 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_4 = \sqrt{(4530)^2 + (-135900)^2} = 136000 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_5 = \sqrt{(-29220)^2 + (-135900)^2} = 139000 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$M_6 = 0.$$



9.1.3.3 Находят значения крутящего момента в характерных сечениях вала и строят соответствующую эпюру. Вал подвержен деформации кручения на участке 3 – 4 между центрами зубчатых колес. На этом участке действует постоянный крутящий момент  $M_k = T_2$ , где  $T_2$ , Н·мм – вращающий момент на данном валу (см. результаты кинематического расчета привода). По-другому величину крутящего момента можно определить методом сечений по формуле

$$M_k = F_{iT} d_3 / 2; \quad M_k = 5000 \cdot 25 = 125000 \text{ Н·мм.}$$

Рассчитанные значения опорных реакций, суммарного изгибающего момента и крутящего момента в сечениях вала заносят в табличные формы:

Реакции опор	Левая опора: $Y_A = -3603 \text{ Н}; Z_A = -419,5 \text{ Н}$
	Правая опора: $Y_B = -3397 \text{ Н}; Z_B = -730,5 \text{ Н}$

Силовой фактор	Значение в сечении					
	1	2	3	4	5	6
$M_{изг}$ , Н·мм	0	195900	203000	136000	139000	0
$M_k$ , Н·мм	0	0	125000	125000	0	0

## 9.2 Статический расчет вала при действии пиковых нагрузок

Расчету подлежат наиболее опасные сечения вала. Таковыми являются сечения с высокими значениями изгибающего  $M_{изг}$  и крутящего  $M_k$  моментов при малых поперечных размерах сечений валов. Чтобы выбрать опасные сечения, необходимо про-

анализировать эпюры  $M_{\text{и}}$  и  $M_{\text{к}}$  (см. рис. 41), а также конструкцию вала (см. рис. 39). В рассмотренном выше случае промежуточного вала опасными являются сечения 3 и 4: в сечении 3 самая высокая нагрузка, а в сечении 4 нагрузка меньше, но и диаметр вала меньше, поэтому заранее угадать какое из двух сечений более опасное, невозможно. В подобных случаях расчет ведут отдельно для каждого потенциально опасного сечения.

Напряжения изгиба и кручения от действия номинальной нагрузки в опасных сечениях вала находят по формулам:

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{M_{\text{и}}}{W}; \quad \tau_{\text{к}} = \frac{M_{\text{к}}}{W_{\text{к}}}. \quad (41)$$

где осевой и полярный моменты сопротивления вычисляют по диаметру сечения:

$$W = \frac{\pi d^3}{32}; \quad W_{\text{к}} = \frac{\pi d^3}{16}. \quad (42)$$

При работе в технической системе единиц (Н, мм) напряжения в формуле (41) измеряются в МПа.

Сечение вала не всегда бывает круглым. Если оно ослаблено шпоночным пазом, вместо формул (42) используют формулы

$$W = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bh(2d-h)^2}{16d}; \quad W_{\text{к}} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bh(2d-h)^2}{16d},$$

где  $b$  и  $h$  – размеры поперечного сечения шпонки, которые выбирают из табл. П19 (или из табл. П20 в случае применения сегментных шпонок).

Если сечение приходится на шестерню, выполненную как одно целое с валом, или на шлицевый участок, при расчетах по формулам (42) в качестве диаметра  $d$  берут эффективный диаметр  $d_{\text{эф}}$ , зависящий от диаметров окружностей выступов и впадин:

$$d_{\text{эф}} = d_a - 0,657(d_a - d_f).$$

С более точной методикой вычисления моментов сопротивления сечений, имеющих особенности контура, можно ознакомиться в [1, 11].

Проверку опасных сечений проводят по энергетическому критерию (IV теория прочности):

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = K_{\text{пер}} \sqrt{\sigma_{\text{и}}^2 + 3\tau_{\text{к}}^2} \leq [\sigma_{\text{и}}], \quad (43)$$

где коэффициент перегрузки  $K_{\text{пер}}$  был определен в п. 2.2.6.

В качестве допускаемого напряжения принимают величину  $[\sigma_{\text{и}}] = 0,8\sigma_{\text{Т}}$ . Предел текучести  $\sigma_{\text{Т}}$  в зависимости от материала вала выбирают из табл. 3. При этом для валов-шестерен берут тот же материал, что и для шестерен.

В случае невыполнения условия проверки диаметр сечения должен быть увеличен.

### 9.3 Расчет вала на сопротивление усталости

При расчете вала на сопротивление усталости к ранее выбранным опасным сечениям следует добавить сечения может и с меньшей нагрузкой, но в которые попадают различные концентраторы напряжений: канавки, галтели, резьба, просверленные отверстия, пазы и др.

Для каждого из выбранных сечений рассчитывают коэффициенты запаса сопротивления усталости при изгибе  $S_{\sigma}$  и кручении  $S_{\tau}$ :

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_a + \psi_{\sigma D} \sigma_m}; \quad S_{\tau} = \frac{\tau_{-1D}}{\tau_a + \psi_{\tau D} \tau_m}. \quad (44)$$

Параметры, входящие в выражения (44), вычисляют по алгоритму:

Амплитудные и средние напряжения цикла рассчитывают по формулам

$$\sigma_a = \sigma_{и}; \quad \sigma_m = 0; \quad \tau_a = \tau_k / 2; \quad \tau_m = \tau_k / 2,$$

где  $\sigma_{и}$  и  $\tau_k$  даются выражениями (41).

Затем рассчитывают коэффициенты снижения предела выносливости при изгибе и кручении:

$$K_{\sigma D} = (K_{\sigma} / K_{d\sigma} + 1 / K_{F\sigma} - 1) / K_V;$$

$$K_{\tau D} = (K_{\tau} / K_{d\tau} + 1 / K_{F\tau} - 1) / K_V,$$

где значения входящих параметров, зависящие от вида концентраторов напряжений, а также от способа и качества обработки поверхности, приведены в табл. П12 – П18.

В зависимости от предела прочности  $\sigma_B$  материала (см. табл. 3) принимают значения пределов выносливости гладких стандартных образцов при изгибе:

- для углеродистых сталей  $\sigma_{-1} = 0,43\sigma_B$ ;

- для легированных сталей  $\sigma_{-1} = 0,35\sigma_B + (70...120)$  МПа;

Предел выносливости гладких стандартных образцов при кручении  $\tau_{-1} = (0,5...0,58)\sigma_{-1}$ .

Принимают коэффициент асимметрии цикла:

- для углеродистых мягких сталей  $\psi_{\tau} = 0$ ;

- для среднеуглеродистых сталей  $\psi_{\tau} = 0,05$ ;

- для легированных сталей  $\psi_{\tau} = 0,1$ .

Вычисляют пределы выносливости вала с учетом специфики рассматриваемого сечения:

$$\sigma_{-1D} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D}}; \quad \tau_{-1D} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D}}.$$